simple und easy

Mathematik

Erklärungen und Übungen für AHS/Mittelschule

4. Klasse

Österreichischer Lehrplan

Dagmar Wurzer / Christian Wurzer

G&G

Inhaltsverzeichnis

Zahlen und Zahlenmengen

- Seite 6–7: Quadratwurzeln und Kubikwurzeln
- Seite 8–9: Reelle Zahlen: Näherungswerte und Schranken
- Seite 10–11: Zahlenmengen

Terme und Gleichungen

- Seite 12–13: Grundrechnungsarten mit Termen
- Seite 14–15: Herausheben und Zerlegen
- Seite 16–17: Kürzen und Erweitern von Bruchtermen
- Seite 18–19: Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen
- Seite 20–21: Multiplizieren und Dividieren von Bruchtermen
- Seite 22–23: Gleichungen lösen
- Seite 24–25: Formeln umformen

Funktionen

- Seite 26–27: Zuordnungen
- Seite 28–29: Wertetabellen und Graphen
- Seite 30–31: Funktionsgraphen interpretieren
- Seite 32–33: Funktionsgleichungen
- Seite 34–35: Anwendungsaufgaben
- Seite 36–37: Formeln als Funktionen
- Seite 38–39: Wachstums- und Abnahmeprozesse

Lineare Funktionen

- Seite 40–41: Grafische Darstellung von linearen Funktionen
- Seite 42–43: Bedeutung von k und d
- Seite 44–45: Charakteristische Eigenschaften
- Seite 46–47: Anwendungsaufgaben

Gleichungssysteme

- Seite 48–49: Lineare Gleichungen mit zwei Variablen
- Seite 50–51: Grafisches Lösungsverfahren
- Seite 52–53: Additionsverfahren
- Seite 54–55: Einsetzungsverfahren, Gleichsetzungsverfahren
- Seite 56–57: Bewegungsaufgaben und Mischungsaufgaben
- Seite 58–59: Anwendungsaufgaben

Lehrsatz des Pythagoras

- Seite 60–61: Rechtwinkliges Dreieck, Kathetensatz, Höhensatz
- Seite 62–63: Rechteck, Dreieck, Rhombus und Parallelogramm
- Seite 64–65: Trapez und Deltoid
- Seite 66–67: Prisma
- Seite 68–69: Pyramide
- Seite 70–71: Anwendungsaufgaben
- Seite 72–73: Beweise und Herleitungen

Berechnungen am Kreis

- Seite 74–75: Die Kreiszahl π
- Seite 76–77: Umfang und Flächeninhalt des Kreises
- Seite 78–79: Umfang und Flächeninhalt von Kreisteilen
- Seite 80–81: Anwendungsaufgaben

Zylinder, Kegel und Kugel

- Seite 82–83: Oberfläche und Volumen des Zylinders
- Seite 84–85: Oberfläche und Volumen des Kegels
- Seite 86–87: Oberfläche und Volumen der Kugel
- Seite 88–89: Zusammengesetzte Körper

Statistik

- Seite 90–91: Mittelwerte und Quartile
- Seite 92–93: Grafische Darstellungen
- Seite 94–95: Stängel-Blatt-Diagramm und Boxplotdiagramm

simple facts

Erklärungen zu jedem Thema findest du zu Beginn auf jeder Seite im gelb markierten Kästchen. Dort sind die wichtigsten Punkte zusammengefasst, die du für die Übungen brauchst. Sie sollen dir helfen, alles gut zu verstehen. Im Anschluss an die Erklärungen gibt es viele abwechslungsreiche Aufgaben, um zu üben, zu wiederholen und das Gelernte zu festigen.

easy details

Wie du vielleicht schon bemerkt hast, ist der Lernstoff der 4. Klasse in übersichtliche Kapitel gegliedert. Das Inhaltsverzeichnis gibt dir einen Überblick, welche Inhalte du im Buch findest.
Damit kannst du dir rasch und einfach eigene Übungseinheiten für Schularbeiten und Prüfungen zusammenstellen. Hast du ein Kapitel gut geschafft, mach ein Hakerl.

Quadratwurzeln und Kubikwurzeln

simple facts

Quadratzahl und (Quadrat-)Wurzelziehen

Multipliziert man eine natürliche Zahl (0, 1, 2 …) mit sich selbst (= quadrieren), so erhält man eine **Quadratzahl**.

Die ersten Quadratzahlen sind: 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 …

Beispiel: $4 \cdot 4 = 16$ $\quad x \cdot x = x^2$

Das **(Quadrat-)Wurzelziehen** ($\sqrt{\ }$) ist die Umkehroperation des Quadrierens.

Beispiel: Die Quadratwurzel aus 16 ist 4. kurz: $\sqrt{16} = 4$

Kubikzahl und (Kubik-)Wurzelziehen

Multipliziert man eine natürliche Zahl zweimal mit sich selbst (= kubieren), so erhält man eine **Kubikzahl** (= dritte Potenz).

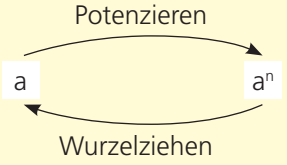
Die ersten Kubikzahlen sind: 0, 1, 8, 27, 64, 125 …

Beispiel: $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ $\quad x \cdot x \cdot x = x^3$

Das **(Kubik-)Wurzelziehen** ($\sqrt[3]{\ }$) ist die Umkehroperation des Kubierens.

Beispiel: Die Kubikwurzel aus 64 ist 4. kurz: $\sqrt[3]{64} = 4$

Das **Wurzelziehen** ist die Umkehroperation zum **Potenzieren** einer Zahl $a \geq 0$.



Für Produkte und Quotienten gelten folgende Rechenregeln, die auch ein partielles (= teilweises) Wurzelziehen erlauben:

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

easy details

Zieht man die Wurzel aus einer Zahl, die keine Quadratzahl ist, so kann man eine unendlich lange, nicht periodische Dezimalzahl erhalten. Dafür nimmst du den Taschenrechner zu Hilfe.

Beispiel: $\sqrt{50} = 7{,}071067811865…$

1. Ergänze die fehlenden Zahlen ohne Taschenrechner.

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^2									
x^3									

2. Berechne die fehlenden Zahlen mit dem Taschenrechner. Runde das Ergebnis auf 1 Nachkommastelle.

x	2,3	24,8	40,8	120,9	250	1 000	1 690	2 253,8	4 900
$\sqrt{x}$									
$\sqrt[3]{x}$									

© simple und easy, G&G Verlag

3. Berechne die Seitenlänge des Quadrats mit dem gegebenen Flächeninhalt. Runde auf die Millimeterstelle.

a. $A = 75\ cm^2$ b. $A = 145{,}9\ cm^2$ c. $A = 8{,}91\ dm^2$ d. $A = 3\,058{,}95\ m^2$

4. Berechne die Seitenkante des Würfels mit dem gegebenem Volumen. Runde auf die Millimeterstelle.

a. $V = 64\ mm^3$ b. $V = 125{,}125\ cm^3$ c. $V = 175{,}9\ cm^3$ d. $V = 2\,585\ dm^3$

5. Setze = oder ≠ richtig ein.

$\sqrt{a \cdot b} \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

$\sqrt{a + b} \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$\sqrt{a - b} \quad \sqrt{a} - \sqrt{b}$

$\sqrt{a : b} \quad \sqrt{a} : \sqrt{b}$

6. Berechne die Wurzel ohne Taschenrechner durch geschicktes Zerlegen in passende Faktoren.

a. $\sqrt{8\,100} =$ _____

b. $\sqrt{250\,000} =$ _____

c. $\sqrt{6\,400} =$ _____

$\sqrt{4\,900} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{100} = 7 \cdot 10 = 70$

7. Kreuze an, welche Zerlegung für ein partielles Wurzelziehen sinnvoller ist.

Zerlegung 1	sinnvoll	nicht sinnvoll	Zerlegung 2	sinnvoll	nicht sinnvoll
$\sqrt{225} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{25}$	○	○	$\sqrt{225} = \sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$	○	○
$\sqrt{3\,600} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{100}$	○	○	$\sqrt{3\,600} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{600}$	○	○
$\sqrt{60} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{15}$	○	○	$\sqrt{60} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{30}$	○	○
$\sqrt{117} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{39}$	○	○	$\sqrt{117} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{13}$	○	○
$\sqrt{90} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{10}$	○	○	$\sqrt{90} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{45}$	○	○

8. Gib die natürlichen Zahlen an, zwischen denen die gegebenen Zahlen liegen.

© simple und easy, G&G Verlag

Reelle Zahlen: Näherungswerte und Schranken

simple facts

Die **Menge der reellen Zahlen** $\mathbb{R}$ besteht aus den rationalen und den irrationalen Zahlen.

Rationale Zahlen sind Zahlen, die man als Bruch schreiben kann.

Beispiele: $\frac{2}{3}$; $1{,}5 = \frac{3}{2}$; $0{,}\dot{3} = \frac{1}{3}$ …

Irrationale Zahlen sind unendliche, nicht periodische Dezimalzahlen.
Sie lassen sich nicht in Bruchform schreiben und können
im Dezimalsystem nur näherungsweise angegeben werden.
Beispiele: $\sqrt{2} = 1{,}41\ldots$; $\sqrt{5} = 2{,}23\ldots$; $\pi = 3{,}14\ldots$

Zum Abschätzen der Größe von irrationalen Zahlen
kann man Schranken angeben. Die Methode der
Intervallschachtelung wird dir in Aufgabe 1 erklärt.

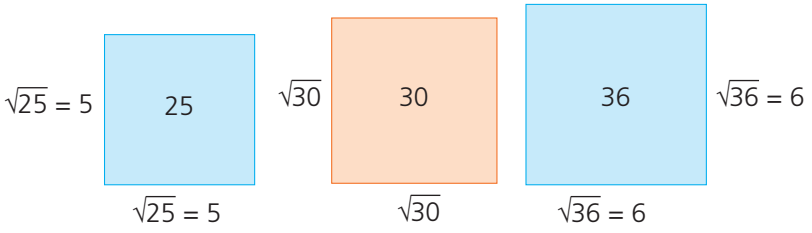
easy details

„ratio" leitet sich vom lateinischen Wort „Verhältnis" ab.
Ein Verhältnis kann beispielsweise als Bruch dargestellt werden.
„irrational" ist die Verneinung des Wortes „ratio" und beschreibt Zahlen, die nicht als Bruch darstellbar sind.

1. Berechne die Wurzel näherungsweise ohne Taschenrechner.
Überlege mit Hilfe von Quadraten und ihren Flächeninhalten.

Beispiel: $\sqrt{30}$

Die Seitenlänge des Quadrats mit Flächeninhalt 30 beträgt $\sqrt{30}$.
Da 30 zwischen den Quadratzahlen 25 und 36 liegt, liegt die Seitenlänge des Quadrats zwischen 5 und 6.
Lösung: $5 < \sqrt{30} < 6$



a. $\sqrt{50}$ b. $\sqrt{80}$ c. $\sqrt{150}$

2. Berechne jeweils die Wurzel und runde auf zwei Kommastellen.
Kreuze an, ob es sich um eine rationale oder eine irrationale Zahl handelt.

	Ergebnis	rational	irrational
$\sqrt{25{,}05}$			
$\sqrt{3{,}0625}$			
$\sqrt{665{,}64}$			
$\sqrt{234{,}13}$			

© simple und easy, G&G Verlag

3. Ein rechteckiges Grundstück ist 45 m lang und 20 m breit. Es soll gegen ein gleich großes quadratisches Grundstück getauscht werden. Bestimme die Länge des quadratischen Grundstücks.

4. Schreibe die gegebenen Zahlen als gekürzte Brüche an.

a. 1,8 = _____

b. 25,1 = _____

c. $0,\dot{3}$ = _____

d. $0,\overline{15}$ = 0,15151515… = _____

e. $1,\dot{1}$ = _____

f. 2,0705 = _____

So wandelst du periodische Dezimalzahlen in Brüche um:

Beispiel: $x = 0,\overline{37}$

$100 \cdot x = 37,37373\ldots$ }
$1 \cdot x = 0,37373\ldots$ } −

$99 \cdot x = 37$

$x = \frac{37}{99}$

5. Gib eine Quadratwurzel an, die zwischen den gegebenen Zahlen liegt.

a. $2 < _____ < 4$

b. $13 < _____ < 14$

c. $22,5 < _____ < 23$

d. $30,1 < _____ < 30,2$

6. Berechne die Unbekannte x, indem du die passende Wurzel ziehst.

Tipp: Verwende die Taste $\sqrt[x]{\ }$ deines Taschenrechners.

a. $x^2 = 25$ $x =$ _____

b. $x^2 = 50$ $x \approx$ _____

c. $x^3 = 125$ $x =$ _____

d. $x^3 = 200$ $x \approx$ _____

e. $x^5 = 243$ $x =$ _____

f. $x^7 = 300$ $x \approx$ _____

7. Der Oberflächeninhalt O eines Würfels beträgt 96 cm². Berechne die Länge der Seitenkante a.

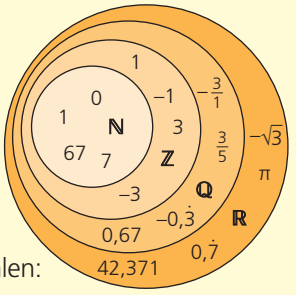
8. Entscheide ohne Taschenrechner, ob die jeweilige Aussage richtig oder falsch ist.

Aussage	richtig	falsch
$3 < \sqrt{12} < 4$	○	○
$\sqrt{60} < 8$	○	○
$-\sqrt{36} = -6$	○	○
$4 < \sqrt[3]{125} < 6$	○	○
$\sqrt{90} > 10$	○	○

© simple und easy, G&G Verlag

Zahlenmengen

simple facts



Die Zahlenmengen sind aufeinander aufbauend definiert. So ist die Menge der natürlichen Zahlen $\mathbb{N}$ eine Teilmenge der ganzen Zahlen $\mathbb{Z}$ usw.

Die **natürlichen Zahlen** $\mathbb{N}$ werden so zusammengefasst:
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3 \ldots\}$

Die **ganzen Zahlen** $\mathbb{Z}$ enthalten die natürlichen Zahlen und ihre negativen Gegenzahlen:
$\mathbb{Z} = \{\ldots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \ldots\}$

Rationale Zahlen $\mathbb{Q}$ geben das Verhältnis zweier ganzer Zahlen an. Zur Menge $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen gehören alle Zahlen, die sich als Bruch darstellen lassen, somit alle endlichen oder unendlich langen periodischen Dezimalzahlen.

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{z}{n} \mid z, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\right\}$

Beispiele: $\frac{1}{2}$; $0{,}\dot{6}$; $-\frac{3}{4}$

Um die Menge der **reellen Zahlen** $\mathbb{R}$ zu erhalten, werden die rationalen Zahlen um die irrationalen (= unendlich lange nicht periodische) Zahlen ergänzt. Zu den reellen Zahlen gehören somit alle Dezimalzahlen.

Beispiele: 3; $-\frac{1}{2}$; $0{,}\dot{4}$; $\sqrt{2}$; π

easy details

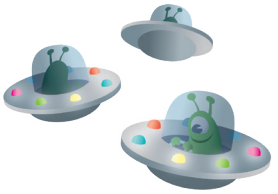
Mit jeder neuen Zahlenmenge ist eine weitere Rechenoperation möglich. Das Ergebnis ist ebenfalls Element der neuen Zahlenmenge.

	mögliche Rechenoperation	unmögliche Rechenoperation
$\mathbb{N}$	Addition, Multiplikation	Subtraktion: 5 – 8 = ? Division: 15 : 17 = ?
$\mathbb{Z}$	Addition, Subtraktion, Multiplikation	Division: (–12) : 18 = ?
$\mathbb{Q}$	Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division	Wurzelziehen: $\sqrt{2}$ = ?
$\mathbb{R}$	Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Wurzelziehen	

1. Gib jeweils drei Beispiele für Elemente der jeweiligen Zahlenmenge an. Verwende unterschiedliche Zahlen.

$\mathbb{N}$

$\mathbb{Z}$



$\mathbb{Q}$

$\mathbb{R}$

© simple und easy, G&G Verlag

2. Leni behauptet, dass jede ganze Zahl auch eine rationale Zahl ist.
Rafael meint, dass jede rationale Zahl eine ganze Zahl ist. Wer hat recht? Begründe.

3. Kreuze an, ob die Aussage richtig oder falsch ist.

Aussage	richtig	falsch
Jede natürliche Zahl ist auch eine reelle Zahl.	○	○
$\frac{210}{3}$ ist eine natürliche Zahl.	○	○
$\sqrt{4}$ ist eine natürliche Zahl.	○	○
$1 + \sqrt{3}$ ist eine rationale Zahl.	○	○
$-\frac{12}{4}$ ist eine ganze Zahl.	○	○

4. Gegeben sind jeweils fünf Zahlen. Kreuze die Zahlen an, die zur angegebenen Zahlenmenge gehören.

a. $\mathbb{Z}$

-10	○
$\frac{22}{5}$	○
$\sqrt{9}$	○
2^3	○
$\sqrt{10}$	○

b. $\mathbb{Q}$

-2	○
$\frac{10}{3}$	○
$\sqrt{8}$	○
-2^3	○
π	○

5. Gegeben ist eine Aussage über Zahlen.
Kreuze für ① und ② so an, dass eine richtige Aussage entsteht.

$\sqrt{2}$ ist eine ___①___ Zahl, weil sie ___②___ ist.

①	
natürliche	○
rationale	○
irrationale	○

②	
nicht als Bruch darstellbar	○
unendlich lang und periodisch	○
nicht eindeutig lösbar	○

© simple und easy, G&G Verlag

Grundrechnungsarten mit Termen

simple facts

Ein **Term** ist ein sinnvoller Ausdruck, der Zahlen, Variablen, Rechenzeichen und Klammern enthalten kann.
Beispiele: 3; –2,7; 3x; $a^2 + 2a - 5$; $\frac{2u + v}{3a}$

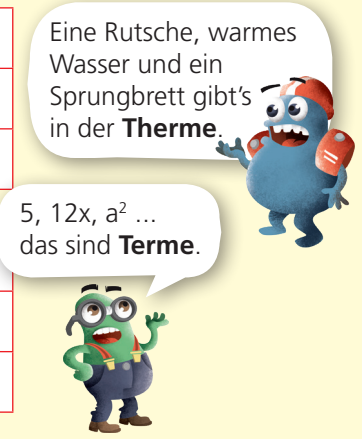
Eine **Variable** ist ein Platzhalter für eine unbekannte Zahl. Steht eine Zahl als Faktor vor einer Variablen, so nennt man diese Zahl **Koeffizient**, z. B. ist bei 5x der Koeffizient 5.

Terme mit gleichen Variablen können addiert und subtrahiert werden: 5a + 6a – 3a = 11a – 3a = 8a
Achte auf das Vorzeichen: 5a + (–6a) – 3a = 5a – 6a – 3a = –4a

Achte beim Auflösen von Klammern auf das Plus- bzw. Minuszeichen vor einer Klammer.

Pluszeichen vor der Klammer	**Beispiel**
a + (b + c) = a + b + c	18a + (5a + 6a) = 18a + 5a + 6a = 29a
a + (b – c) = a + b – c	18a + (5a – 6a) = 18a + 5a – 6a = 17a

Minuszeichen vor der Klammer	**Beispiel**
a – (b + c) = a – b – c	18a – (5a + 6a) = 18a – 5a – 6a = 7a
a – (b – c) = a – b + c	18a – (5a – 6a) = 18a – 5a + 6a = 19a



Beim **Multiplizieren** von Termen kann man Zahlen und gleiche Variablen zusammenfassen. Achte dabei stets auf das passende Vorzeichen. Die Variablen werden am Ende in alphabetischer Reihenfolge angeschrieben.
Beispiel: $3 \cdot x \cdot 8 \cdot x^2 \cdot y = 3 \cdot 8 \cdot x \cdot x^2 \cdot y = 24 \cdot x^3 \cdot y = 24x^3y$

Achte beim Ausmultiplizieren von Klammern auf folgende Rechenregeln:

Regel	**Beispiel**
$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$3x \cdot (2x + 5) = 6x^2 + 15x$
$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$	$(x + 3) \cdot (2x + 4) = 2x^2 + 4x + 6x + 12 = 2x^2 + 10x + 12$
$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	$2y \cdot (4 - 5y) = 8y - 10y^2$
$(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$	$(3y + 5) \cdot (7 - 4y) = 21y - 12y^2 + 35 - 20y = -12y^2 + y + 35$

easy details

Der Wert eines Terms wird berechnet, indem man in einen Term für die Variablen Zahlen einsetzt.
Beispiel: Setze in den Term T(a) = 5a + 7 für a = 4 ein.
T(4) = 5 · 4 + 7 = 27. Der Wert des Terms für a = 4 ist daher 27.

Beim Vereinfachen von Termen müssen häufig die binomischen Formeln angewandt werden.

1. $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ Beispiel: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$
2. $(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 - 2ab + b^2$ Beispiel: $(2y - 4)^2 = 4y^2 - 16y + 16$
3. $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$ Beispiel: $(2a - b) \cdot (2a + b) = 4a^2 - b^2$

© simple und easy, G&G Verlag

1. Vereinfache die Terme.

a. $4x + (3x + 7) + 5 =$

b. $5 - (4s - 9 - 12s) =$

c. $7a + (9 - 5a) - 8 =$

d. $8k \cdot (5k + 4) =$

e. $-15u - (7u + 12) - 3 =$

f. $(5 - 3n) \cdot 12n =$

2. Ergänze so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

a. _____ $\cdot (n + 4) = 4n + 16$

b. $7 \cdot ($_____ $+ 8) = 35k +$ _____

c. $(3y + 5) \cdot$ _____ $= -12y - 20$

d. $(8y - 12) \cdot$ _____ $= 4y -$ _____

e. $(4m -$ _____$) \cdot$ _____ $= 8m - 14$

f. (_____ $- 12u) \cdot$ _____ $= 2 - 3u$

3. Vereinfache die Terme.

a. $(a + 3) \cdot (a + 6) =$

b. $5 \cdot (-4c + 5) \cdot (c - 9) =$

c. $(y + 9) \cdot (y - 8) =$

d. $(4 - 2d) \cdot 7 \cdot (6d - 5) =$

e. $(3m - 2) \cdot (m - 7) =$

f. $(-3e - 3) \cdot (-e - 5) \cdot 2 =$

g. $5 \cdot (3b - 2) \cdot (4b - 5) =$

h. $8f^2 - (-2f - 2) \cdot (3 - 4f) =$

4. Kreuze an, ob die Terme richtig ausgewertet wurden. Stelle falsche Auswertungen richtig.

Term	Wert der Variablen	Auswertung	richtig	falsch	Korrektur
$T(x) = 4x + 8$	$x = 3$	$T(3) = 43 + 8 = 51$	○	○	
$T(a) = -5a + a^2$	$a = 2$	$T(2) = -5 \cdot 2 + 2 = -8$	○	○	
$T(u, v) = \frac{4u + 6}{2v - 5}$	$u = 3, v = 7$	$T(3, 7) = \frac{4 \cdot 3 + 6}{2 \cdot 7 - 5} = \frac{18}{9} = 2$	○	○	
$T(y, z) = 2{,}4z + 6{,}5y$	$y = 3, z = 2$	$T(3, 2) = 2{,}4 \cdot 3 + 6{,}5 \cdot 2 = 20{,}2$	○	○	

5. Kreuze an, ob die Aufgaben richtig oder falsch gelöst wurden. Stelle falsche Lösungen richtig.

Aufgabe	richtig	falsch
$2x^2 - (x + 2) \cdot (2x - 7) = 2x^2 - (x^2 - 7x + 4x - 14) = x^2 + 3x - 14$	○	○
$(2x - 3)^2 + (3x - 5) = 4x^2 - 12x + 3 + 3x - 5 = 4x^2 - 9x - 2$	○	○
$(3x - 2) \cdot (3x + 2) - (2x - 3) = 9x^2 + 4 - 2x + 3 = 9x^2 - 2x + 7$	○	○
$8x^2 + (4x + 2) \cdot (x - 8) + 16 = 8x^2 + 4x^2 - 32x + 2x - 16 + 16 = 12x^2 - 30x$	○	○

6. Wende die binomischen Formeln an.

a. $(x + 3)^2 =$

b. $(-7c - 3)^2 =$

c. $(3a + 2) \cdot (3a - 2) =$

d. $2y^2 + (y + 4)^2 =$

e. $35m^2 + 10mn + (-5m + n)^2 =$

f. $-25b^2 + 15 + (5b + 3) \cdot (5b - 3) =$

g. $u^2 - (u - 5)^2 =$

h. $-9g^2 - 16h^2 - (-3g - 4h)^2 =$

© simple und easy, G&G Verlag

Herausheben und Zerlegen

simple facts

Monome (eingliedrige Terme) bestehen aus einer Zahl, einer Variablen oder aus einer Kombination von Zahlen und Variablen.
Beispiele: 4, a, 5x, –7uv …

Binome (zweigliedrige Terme) bestehen aus einer Summe oder einer Differenz von zwei Monomen.
Beispiel: $4 + 3y$

Polynome (drei- oder mehrgliedrige Terme) bestehen aus einer Summe bzw. einer Differenz von drei oder mehr Monomen.
Beispiel: $4x^3 + 5x – 6$

Der **Grad** des Polynoms $4x^3 + 5x – 6$ ist 3, da 3 die größte vorkommende Hochzahl ist.
Beim **Herausheben** gemeinsamer Faktoren wird aus einer Summe bzw. Differenz ein Produkt.

Regel: $a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$	$a \cdot b – a \cdot c = a \cdot (b – c)$

Herausheben einer Zahl: $24x + 18 = 6 \cdot (4x + 3)$
Herausheben eines Monoms: $24y^2 – 8y = 8y \cdot (3y – 1)$

Man kann auch **Binome herausheben**:

Regel	**Beispiel**
$a \cdot (b + c) + d \cdot (b + c) = (a + d) \cdot (b + c)$	$4 \cdot (2 + x) + 5 \cdot (2 + x) = (4 + 5) \cdot (2 + x) = 9 \cdot (2 + x)$
$a \cdot (b + c) – d \cdot (b + c) = (a – d) \cdot (b + c)$	$5y \cdot (4 + y) – 3z \cdot (4 + y) = (5y – 3z) \cdot (4 + y)$

easy details

Man versucht immer, den größtmöglichen Term herauszuheben.
$36x^2 + 24x = 2 \cdot (18x^2 + 12x)$ ➝ Richtig, aber es wurde nicht der größtmögliche Term herausgehoben.
$36x^2 + 24x = 12x \cdot (3x + 2)$ ➝ Hier wurde der größtmögliche Term herausgehoben.

Beim Zerlegen in ein Produkt musst du manchmal binomische Formeln verwenden.
$36a^2 – 16b^2 = (6a + 4b) \cdot (6a – 4b)$

1. Hebe den größtmöglichen Faktor heraus.

a. $3x + 3 =$
b. $12c – 8 =$
c. $–3y + 6z =$
d. $ab + a =$
e. $12ab – 4a =$
f. $–18gh + 24g =$

2. Ergänze so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

a. $6n + 12 =$ _____ $\cdot (n + 2)$
b. $–8y + 24 = (y – 3) \cdot$ _____
c. $8m^2 – 16m = (m –$ _____$) \cdot$ _____
d. $25k^3 +$ _____ $= 5 \cdot ($_____ $+ 9k)$
e. $–12y^5 –$ _____ $+ 3y^3 = (4y^2 + 8y –$ _____$) \cdot$ _____
f. $9u^5 –$ _____ $+ 18u^2 = ($_____ $– 3u +$ _____$) \cdot 9u^2$

© simple und easy, G&G Verlag

3. Hebe den größtmöglichen Faktor heraus.

a. $4x^2 + x =$

b. $6k^3 + 2k^2 =$

c. $-35m^5 + 15m^4 =$

d. $12v^3 - 8v^2 + 4v =$

4. Der Faktor (–1) wurde herausgehoben. Ergänze jeweils den fehlenden Term.

a. $-6 - 13v = (-1) \cdot$

b. $-5b + 2 = (-1) \cdot$

c. $-9 - 2u = (-1) \cdot$

d. $2a - 3b = (-1) \cdot$

5. Kreuze an, ob die Aufgaben richtig oder falsch gelöst wurden. Stelle falsche Ergebnisse richtig.

Aufgabe	richtig	falsch	Korrektur
$12m^3 - 12m^2n + 12m = 12m \cdot (m^3 - 12m^2 + 1)$	○	○	
$-48c^4 - 36c^5 = 12c^4 \cdot (-4 - 3c)$	○	○	
$w \cdot (5u + 2) + v \cdot (5u + 2) = (5u + 2) \cdot (w + v)$	○	○	
$(9r - 2) \cdot 3q - 2q \cdot (9r - 2) = (9r - 2) \cdot 5q$	○	○	

6. Hebe jeweils den größtmöglichen Faktor heraus.

a. $b \cdot (2a + 3) + b \cdot (2a + 3) =$

b. $(4c + 5) + k \cdot (4c + 5) =$

c. $s \cdot (4 + u) + t \cdot (4 + u) =$

d. $(s + t) \cdot 2k - (s + t) \cdot 4j =$

e. $8t \cdot (r - 4)^2 - 5s \cdot (r - 4)^2 =$

f. $(8p - 3q)^3 \cdot 5j + 4k \cdot (8p - 3q)^3 =$

7. Hebe jeweils den größtmöglichen Faktor heraus und vereinfache.

a. $(j + 4) \cdot (5i - 2) + (j + 4) \cdot (3i - 4) =$

b. $(2d + 3e) \cdot (4b - 3c) + (-5c + 4b) \cdot (2d + 3e) =$

c. $(5x + 7y) \cdot (6w - 8k) - (5x + 7y) \cdot (4k - 9w) =$

8. Zerlege mit Hilfe der binomischen Formel $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ in ein Produkt. Möglicherweise musst du vorher herausheben. Wähle dann den passenden Buchstaben und bilde das Lösungswort.

	Lösung 1		Lösung 2	
$n^2 - 16m^2 =$	$(n - 4m) \cdot (n + 4m)$	Z	$(n - 4m)^2$	T
$25v^2 - 49w^2 =$	$(5v - 7w) \cdot (5v + 7w)$	A	$(5v - 7w) \cdot (5v - 7w)$	E
$32t^2 - 50u^2 =$	$2 \cdot (4t - 5u) \cdot (4t - 5u)$	R	$2 \cdot (4t - 5u) \cdot (4t + 5u)$	H
$27x^2 - 48y^2 =$	$3 \cdot (3x^2 - 4y^2) \cdot (3x^2 + 4y^2)$	M	$3 \cdot (3x - 4y) \cdot (3x + 4y)$	L

Lösungswort:

____ ____ ____ ____

9. Erweitere bzw. zerlege mit Hilfe der binomischen Formeln.

Tipp: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ bzw. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

a. $(2 + b)^3 =$

b. $(2x - 3y)^3 =$

c. $w^3 + 9w^2 + 27w + 27 = (\quad)^3$

d. $64s^3 - 240s^2t + 300st^2 - 125t^3 = (\quad)^3$

© simple und easy, G&G Verlag

simple und easy

Mit „simple und easy“ ist Lernen richtig cool! Der Lehrstoff ist altersgerecht in einfachen Worten erklärt, abwechslungsreiche Aufgaben und zahlreiche Illustrationen machen Spaß und lassen keine Langeweile beim Üben aufkommen.

Easy auf Schularbeiten und Prüfungen vorbereiten

Jedes Kapitel ist kompakt auf Doppelseiten aufbereitet. Zu Beginn steht eine kurze Erklärung, danach folgen viele Übungen! Um punktgenau für Schularbeiten, Prüfungen und Tests zu lernen, such einfach die jeweiligen Kapitel im Inhaltsverzeichnis und starte los! Ganz schön simple!

Mathematik 4. Klasse AHS/Mittelschule

- Mathematik anschaulich und einleuchtend erklärt
- Formeln und Fakten klar und übersichtlich dargestellt
- Viele Musterbeispiele, Grafiken und Abbildungen für ein besseres Verständnis
- **Schwerpunkte:** Zahlen und Zahlenmengen, Terme und Gleichungen, Funktionen, Lineare Funktionen, Gleichungssysteme, Lehrsatz des Pythagoras, Berechnungen am Kreis, Zylinder, Kegel und Kugel, Statistik

- Bildungsstandards (BIST)
- Lernziele und Übungen zu allen Kompetenzen
- Österreichischer Lehrplan
- Mit jedem Schulbuch kombinierbar
- Beigelegtes Lösungsheft

ISBN 978-3-7074-2259-7
€ 14,95
9 783707 422597

Infos und Musterseiten zu allen erschienenen Titeln unter www.ggverlag.at