MATHEMATIK 8

GeoGebra – Matura-Trainer

ÖSTERREICHISCHER LEHRPLAN

Kompetent AUFSTEIGEN ...

- ☑ Computereinsatz
- ☑ Beispiele zu jeder Grundkompetenz

LESE-PROBE

Vorbereitung auf den verpflichtenden Technologieeinsatz

Christian Wurzer / Dagmar Wurzer

G&G

Liebe LehrerInnen,
liebe MathematikfachkoordinatorInnen,
liebe PädagogInnen!

Ab dem Reifeprüfungstermin 2018 sieht die Prüfungsordnung den Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln vor. Ein herkömmlicher Taschenrechner scheidet hier leider aus. Gefragt ist die Verwendung von höherwertiger Technologie.

Der Umgang mit diesen Tools muss natürlich genauso wie die inhaltlichen Themen geübt und vorbereitet werden. Deswegen möchten wir Ihnen gerne den
Kompetent AUFSTEIGEN Mathematik 8 – GeoGebra – Matura-Trainer vorstellen:

Die Lernhilfe greift alle mathematischen Grundkompetenzen auf und zeigt, wie sie mit dem Programm *GeoGebra* bearbeitet, gelöst und geübt werden können. Im Besonderen bietet der Band folgende Schwerpunkte:

- Genaue Darstellung der vier Inhaltsbereiche: Algebra und Geometrie (AG), Funktionale Abhängigkeiten (FA), Analysis (AN), Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS)
- Übersichtliche Aufbereitung der Grundkompetenzen: Auf der linken Seite sind Erklärungen, Tipps und Musterbeispiele, auf der rechten Seite Übungen zum Vertiefen und Trainieren.
- Zahlreiche Tipps für das Arbeiten mit *GeoGebra*, geeignet auch für Anfänger und Einsteiger von *GeoGebra Classic 6*, aber auch zum Nachschlagen von Spezialbefehlen
- Herausnehmbares Lösungsheft mit zusätzlichen Erklärungen
- Mit jedem Schulbuch kombinierbar

Um einen ersten Eindruck der Lernhilfe zu bekommen, finden Sie auf den folgenden Seiten eine Leseprobe.

Der Band ***Kompetent AUFSTEIGEN Mathematik 8 – GeoGebra – Matura-Trainer*** ist ab Ende Februar im Buchhandel und auf unserer Website www.ggverlag.at erhältlich.
Über eine Empfehlung an Ihre SchülerInnen würden wir uns freuen.

Ihr G&G-Team

Inhaltsverzeichnis

Arbeiten mit GeoGebra 8

Algebra und Geometrie (AG)

Grundbegriffe der Algebra

AG 1.1 Zahlenmengen 12
AG 1.2 Algebraische Grundbegriffe 14

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme

AG 2.1 Terme umformen 16
AG 2.2 Lineare Gleichungen 18
AG 2.3 Quadratische Gleichungen 20
AG 2.4 Ungleichungen 22
AG 2.5 Gleichungssysteme 24

Vektoren

AG 3.1 und AG 3.2 Vektoren geometrisch deuten 26
AG 3.3 Rechnen mit Vektoren 28
AG 3.4 Geraden 30
AG 3.5 Normalvektoren 34

Trigonometrie

AG 4.1 sin, cos, tan 36
AG 4.2 Eigenschaften von sin und cos 38

Funktionale Abhängigkeiten (FA)

Funktionsbegriff, reelle Funktionen, Darstellungsformen und Eigenschaften

FA 1.1 Definition einer Funktion 40
FA 1.2 Funktionsterm ermitteln 42
FA 1.3 Funktion aus Tabelle zeichnen 44
FA 1.4 Werte einer Funktion ermitteln 46
FA 1.5 Eigenschaften einer Funktion ermitteln 48
FA 1.6 Schnittpunkte von Funktionen 50
FA 1.7 Funktionen als Modelle 52
FA 1.8 Funktionen mit mehreren Veränderlichen 54
FA 1.9 Typische Funktionen und deren Eigenschaften 56

Lineare Funktion f(x) = k · x + d

FA 2.1 Lineare Funktionen erkennen 58
FA 2.2 Wertepaare sowie k und d ermitteln 60
FA 2.3 Wirkung von k und d 62
FA 2.4 Eigenschaften von linearen Funktionen 64
FA 2.5 und FA 2.6 Direkte Proportionalität 66

Potenzfunktion

FA 3.1 Potenzfunktionen erkennen 68
FA 3.2 Wertepaare sowie a und b ermitteln 70
FA 3.3 Wirkung von a und b 72
FA 3.4 Indirekte Proportionalität 74

Polynomfunktion

FA 4.1 Graphische Darstellungen 76
FA 4.2 Tabelle und Graph 78
FA 4.3 Werte ermitteln 80
FA 4.4 Null-, Extrem- und Wendestellen 82

Exponentialfunktion

FA 5.1 Darstellungsformen 84
FA 5.2 Wertepaare ermitteln 86
FA 5.3 Wirkung von a, b und e^{λ} 88
FA 5.4 Eigenschaften von Exponentialfunktionen 90
FA 5.5 Halbwertszeit und Verdoppelungszeit 92
FA 5.6 Beschreibung durch Exponentialfunktionen 94

Sinusfunktion, Cosinusfunktion

FA 6.1 Darstellungsformen der Sinusfunktion 96
FA 6.2 Wertepaare ermitteln 98
FA 6.3 Wirkung von a und b 100
FA 6.4 Periodizität 102
FA 6.5 Zusammenhang cos und sin 104
FA 6.6 Ableitung von sin und cos 106

Analysis (AN)

Änderungsmaße

AN 1.1 Absolute und relative (prozentuelle) Änderungsmaße 108
AN 1.2 Differenzen- und Differentialquotient 110
AN 1.3 Differenzen- und Differentialquotient im Kontext 112
AN 1.4 Differenzengleichungen 114

Regeln für das Differenzieren

AN 2.1 Summenregel, Potenzregel, Regeln für [k · f(x)]' und [f(k · x)]' 116

Ableitungsfunktion/Stammfunktion

AN 3.1 Ableitungsfunktion und Stammfunktion 118
AN 3.2 Zusammenhang: Funktion – Ableitungsfunktion – Stammfunktion 120
AN 3.3 Eigenschaften von Funktionen 122

Summation und Integral

AN 4.1 Bestimmtes Integral als Grenzwert 124
AN 4.2 Potenzregel, Summenregel, $\int k \cdot f(x)dx$ und $\int f(k \cdot x)dx$ 126
AN 4.3 Bestimmtes Integral im Kontext 128

Wahrscheinlichkeit und Statistik (WS)

Beschreibende Statistik

WS 1.1 Werte aus Darstellungen ablesen und interpretieren können 130
WS 1.2 Tabellen und einfache statistische Grafiken erstellen 132
WS 1.3 Statistische Kennzahlen ermitteln und interpretieren 134
WS 1.4 Arithmetisches Mittel, Median und Quartile 136

Wahrscheinlichkeitsrechnung

WS 2.1 Grundbegriffe 138
WS 2.2 Relative Häufigkeit 140
WS 2.3 Laplace-Wahrscheinlichkeit, Additions- und Multiplikationsregel 142
WS 2.4 Binomialkoeffizient 144

Wahrscheinlichkeitsverteilung(en)

WS 3.1 Zufallsvariable, Verteilung, Erwartungswert, Standardabweichung .. 146
WS 3.2 Binomialverteilung 148
WS 3.3 Modellierung mit Binomialverteilung 150
WS 3.4 Normalapproximation der Binomialverteilung 152

Schließende/Beurteilende Statistik

WS 4.1 Konfidenzintervalle 154

Arbeiten mit Tabellen

Im Menü Ansicht die Tabelle einblenden.

1. Schreibe die ersten beiden x-Werte in die Spalte A.

2. Markiere die Zellen A2 und A3 und ziehe das blaue, kleine Quadrat nach unten, um die x-Werte zu vervollständigen.

	A	B
1	x	$x^2 - 1$
2	-2	=A2^2 - 1
3	-1	0
4	0	-1
5	1	0
6	2	3

3. Schreibe in die Zelle B2 den Funktionsterm.

4. Markiere die Zelle B2 und ziehe das kleine, blaue Quadrat nach unten.

Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen

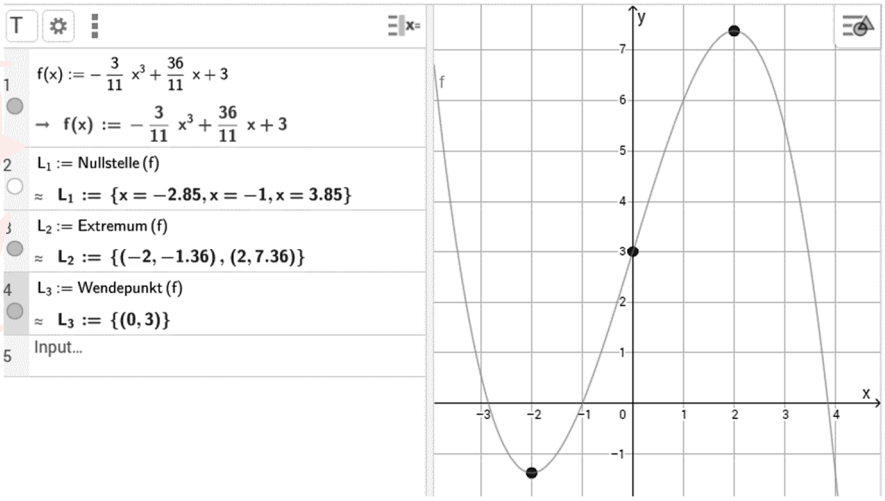
Mit GeoGebra kann man sehr rasch und mühelos eine Kurvendiskussion durchführen, da die wichtigsten Befehle vordefiniert sind.

1. Definiere die Funktion.

2. Nullstelle(f), um die Nullstellen zu berechnen.

3. Extremum(f), um die Extrempunkte zu ermitteln.

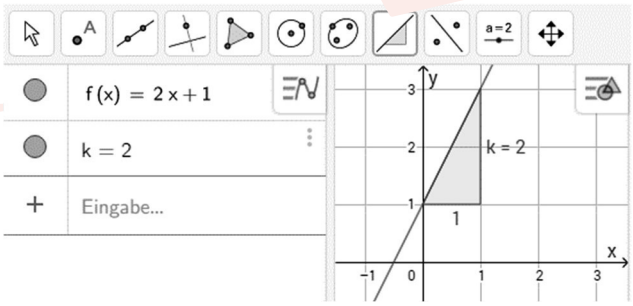
4. Wendepunkt(f) ergibt den Wendepunkt.



Steigungsdreieck

1. Definiere die Funktion.

2. Klicke auf Steigung und dann auf die Funktion.

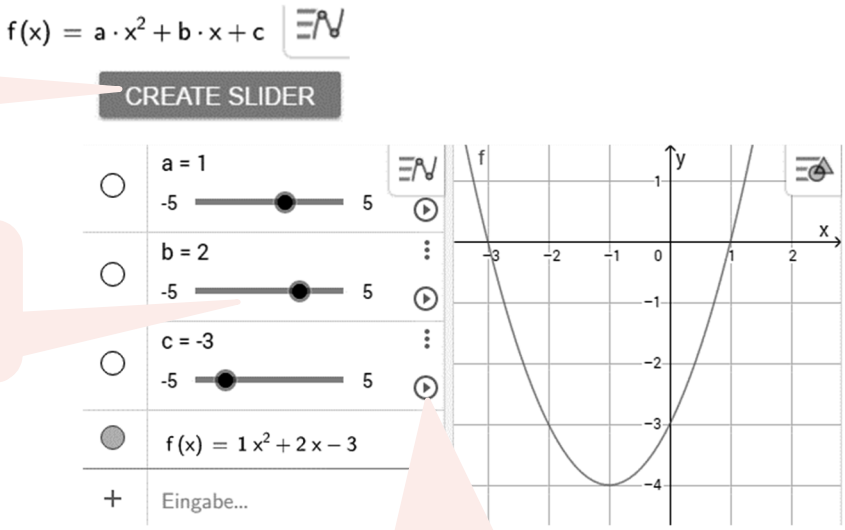


© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

Schieberegler

Mit Hilfe der dynamischen Schieberegler kannst du Eigenschaften von Funktionen anpassen oder die Veränderung von einzelnen Parametern beobachten.

1. Definiere die Funktion allgemein und bestätige CREATE SLIDER.



2. Bewege jeden Schieberegler und beobachte die Veränderung.

3. Drücke den Playbutton für den automatischen Ablauf.

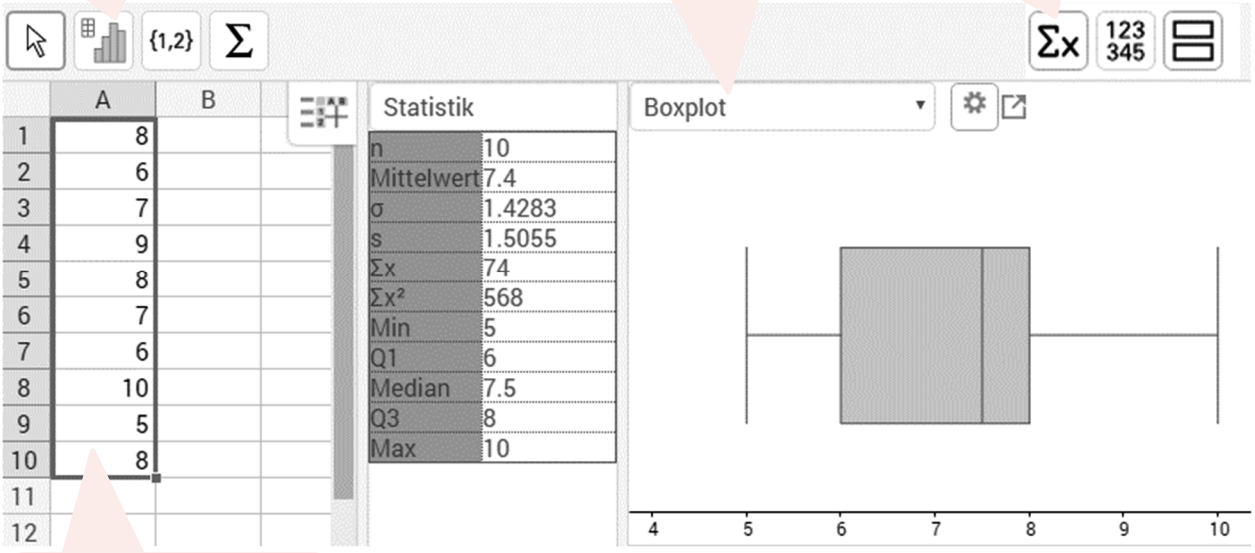
Statistik

Mit Hilfe der dynamischen Schieberegler kannst du Eigenschaften von Funktionen anpassen oder die Veränderung von einzelnen Parametern beobachten.

2. Klicke auf Analyse einer Variablen.

3. Wähle hier die passende graphische Darstellung aus.

4. Wähle Statistik anzeigen.



1. Gib die Werte ein.

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

Geraden in $\mathbb{R}^3$

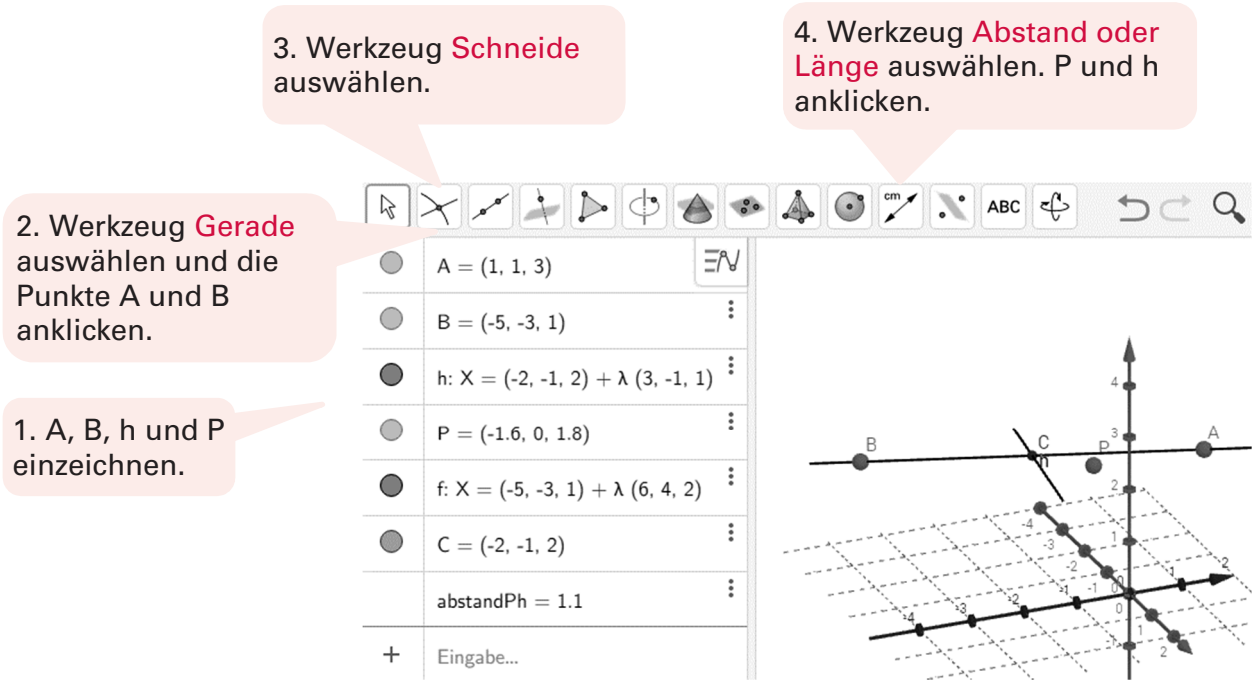
Gegeben sind die Geraden f und h sowie der Punkt P:

$$g: [A, B] \text{ mit } A = \begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix}-5\\-3\\1\end{pmatrix} \qquad h: X(t) = \begin{pmatrix}-2\\-1\\2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}3\\-1\\1\end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix}-1{,}6\\0\\1{,}8\end{pmatrix}$$

Aufgabenstellung:
Ermittle den Schnittpunkt zwischen den Geraden f und h sowie den Abstand zwischen dem Punkt P und der Geraden h!

Lösungsansatz mit GeoGebra:
Öffne die 3D-Grafikansicht, um die Angabe graphisch darzustellen.

1. In das Feld Eingabe A=(1,1,3), B=(–5,–3,1), h=(–2,–1,2)+t*(3,–1,1) sowie P=(–1.6,0,1.8) eintragen.
2. Wähle das Werkzeug Gerade und klicke danach die Punkte A und B an. Die Gerade f wird erstellt.
3. Wähle das Werkzeug Schneide (ev. auf das kleine Dreieck bei klicken) und klicke dann auf die beiden Geraden f und h. Der Schnittpunkt C wird eingezeichnet und seine Koordinaten mit $C = \begin{pmatrix}-2\\-1\\2\end{pmatrix}$ angegeben.
4. Wähle das Werkzeug Abstand oder Länge aus. Klicke danach den Punkt P und die Gerade h an. Der Abstand beträgt 1 ,1 LE, P liegt also nicht auf f.



© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

35

Durch die Punkte A und B verläuft die Gerade g:

$A = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabenstellung:
Ermittle die Parameterdarstellung der Geraden g!

36

Gegeben sind sechs Geraden:

$g_1: X(s) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad g_3: X(s) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad g_5: X(s) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$g_2: X(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad g_4: X(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad g_6: X(t) = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabenstellung:
Ermittle die jeweilige Lagebeziehung zwischen den gegebenen Geraden!

Lagebeziehung zwischen g_1 und g_2	
Lagebeziehung zwischen g_3 und g_4	
Lagebeziehung zwischen g_5 und g_6	

A	Sie liegen windschief.
B	Sie schneiden sich im Punkt $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$.
C	Sie sind parallel.
D	Sie schneiden sich im Punkt $\begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$.
E	Sie sind ident.

37

Gegeben sind die Gerade g sowie der Punkt Q:

$g: X(s) = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabenstellung:
Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!

Der Punkt Q ____① und hat ____②.

①	
liegt auf der Geraden g	☐
liegt außerhalb der Geraden g	☐
ist der Ausgangspunkt der Geraden g	☐

②	
3,54 Längeneinheiten Abstand zu g	☐
0 Längeneinheiten Abstand zu g	☐
12 Längeneinheiten Abstand zu g	☐

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

FA 1.5 Eigenschaften von Funktionen erkennen, benennen, im Kontext deuten und zum Erstellen von Funktionsgraphen einsetzen können: Monotonie, Monotoniewechsel (lokale Extrema), Wendepunkte, Periodizität, Achsensymmetrie, asymptotisches Verhalten, Schnittpunkte mit den Achsen

Eigenschaften einer Funktion ermitteln

Gegeben ist die Funktionsgleichung einer reellen Polynomfunktion dritten Grades:
$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Aufgabenstellung:
Ermittle den/die Nullpunkt(e), Extrempunkt(e) und Wendepunkt(e) der Funktion f.

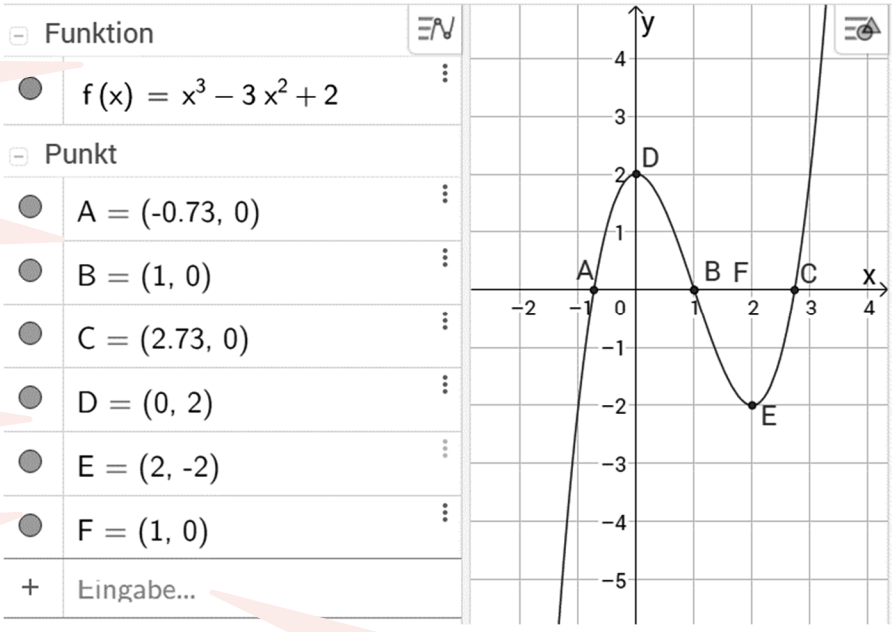
Lösungsansatz mit GeoGebra:
Öffne die Grafikansicht und die Algebraansicht:
1. Gib in die Eingabe die Funktionsgleichung f(x)=x^3–3x^2+2 ein.
2. Der Befehl Nullstelle[f] liefert die Nullpunkte A = $\binom{-0,73}{0}$, B = $\binom{1}{0}$, C = $\binom{2,73}{0}$.
3. Der Befehl Extremum[f] ergibt die Extrempunkte D = $\binom{0}{2}$ und E = $\binom{2}{-2}$.
4. Der Befehl Wendepunkt[f] gibt als Ergebnis den Wendepunkt F = $\binom{1}{0}$.

1. Eingabe der Angabe.

2. Nullstelle[f] liefert die Nullpunkte A, B, C.

3. Extremum[f] ergibt D und E.

4. Wendepunkt[f] ergibt F.



Alle Befehle in die Eingabe eingeben.

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

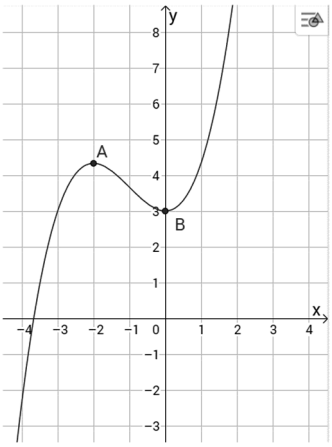
61

Gegeben ist die Funktionsgleichung einer reellen Polynomfunktion f mit:
$f(x) = x^4 + 3x^3 + 1$

Aufgabenstellung:
Ermittle die Schnittpunkte mit den Achsen.

62

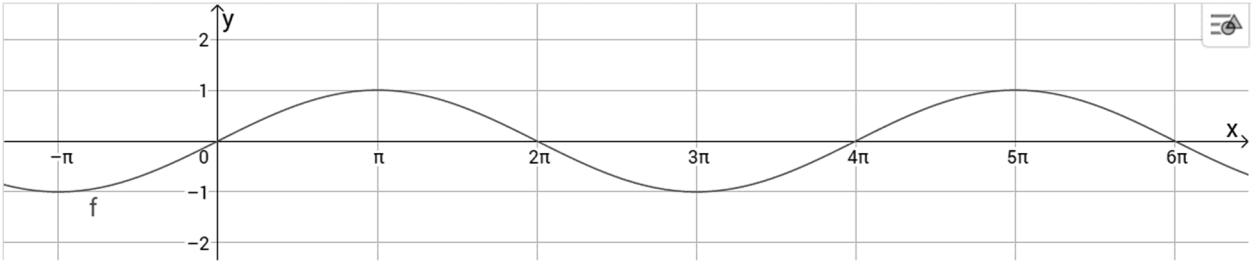
Gegeben ist der Graph einer reellen Polynomfunktion dritten Grades. A und B kennzeichnen die Extrema dieser Funktion.



Aufgabenstellung:
Gib das Monotonieverhalten der Funktion in Intervallschreibweise an.

63

Gegeben ist der Graph der trigonometrischen Funktion $f(x) = \sin(a \cdot x)$ mit der Periode 4π:

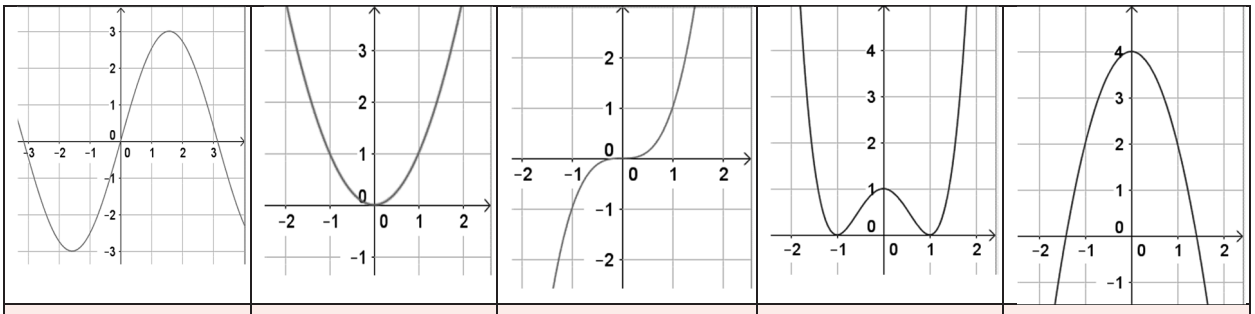


Aufgabenstellung:
Gib den Wert des Parameters a an! a = _____

64

Gegeben sind fünf Graphen von reellen Funktionen.

Aufgabenstellung:
Kreuze an, welche der Funktionen achsensymmetrisch sind.



☐	☐	☐	☐	☐

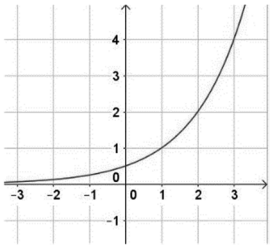
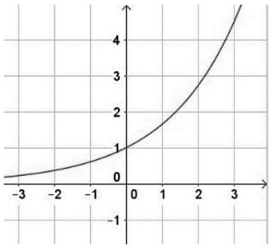
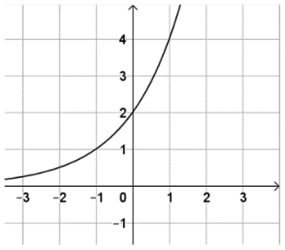
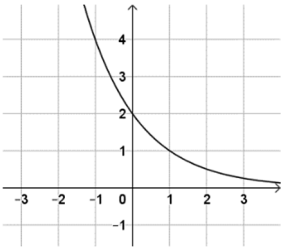
© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

FA 5.3 Die Wirkung der Parameter a und b (bzw. e^{λ}) kennen und die Parameter in unterschiedlichen Kontexten deuten können

Wirkung von a, b und e^{λ}

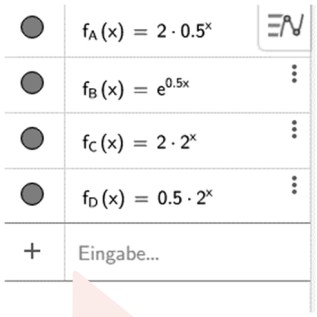
Gegeben sind vier Funktionsgleichungen und vier Graphen von Exponentialfunktionen.

Aufgabenstellung:
Ordne die jeweiligen Funktionsgleichungen den entsprechenden Graphen zu.

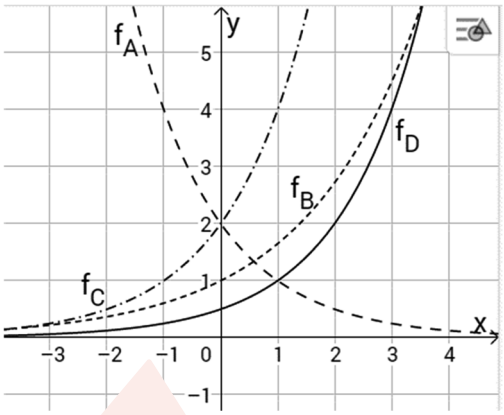





A	$f_A(x) = 2 \cdot 0{,}5^x$
B	$f_B(x) = e^{0{,}5 \cdot x}$
C	$f_C(x) = 2 \cdot 2^x$
D	$f_D(x) = 0{,}5 \cdot 2^x$

Lösungsansatz mit GeoGebra:
Du benötigst das Grafikfenster:
1. Gib alle Funktionsgleichungen in die Eingabe ein.
2. Vergleiche mit der Angabe, welcher Graph zu welcher Funktionsgleichung passt.



1. Funktionsgleichungen in die Eingabe schreiben.



2. Lösungsabfolge anhand der Graphen: D, B, C, A.

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

129

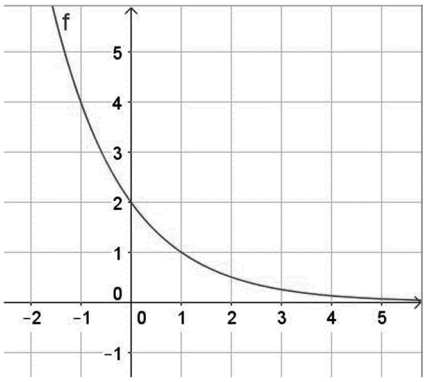
Gegeben ist die Funktionsgleichung der Exponentialfunktion f, die jeder Zeiteinheit t (in Minuten) die Anzahl der Bakterien in einer Bakterienkultur zuteilt:
$f(t) = 15 \cdot 2^t$

Aufgabenstellung:
Kreuze die beiden richtigen Aussagen an:

Der Graph der Funktion f schneidet die x-Achse bei $\binom{2}{0}$.	☐
Der Graph der Funktion f schneidet die y-Achse bei $\binom{0}{15}$.	☐
Der Graph der Funktion f enthält den Punkt $\binom{2}{15}$.	☐
Die Bakterienanzahl wird minütlich verdoppelt.	☐
Pro Minute kommen 15 Bakterien dazu.	☐

130

Gegeben ist der Graph einer Exponentialfunktion f mit $f(x) = a \cdot b^x$, wobei $a, b \in \mathbb{R}^+$.



Aufgabenstellung:
Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht.

Der Graph der Exponentialfunktion f entspricht dem Schaubild einer Funktionsgleichung

mit _____①_____ und _____②_____.

①	
a > 1	☐
a = 1	☐
a < 1	☐

②	
b > 1	☐
b = 1	☐
b < 1	☐

131

Ein Bakterienwachstum kann durch die Exponentialfunktion $B(t) = 1\,000 \cdot e^{0{,}234 \cdot t}$ beschrieben werden, wobei jeder Zeiteinheit t (in min) die Bakterienanzahl B zugeordnet wird.

Aufgabenstellung:
Ermittle, wie viele Bakterien nach zwei Minuten vorhanden sind.

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

AN 4 – Summation und Integral

AN 4.1 Den Begriff des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Summe von Produkten deuten und beschreiben können

Bestimmtes Integral als Grenzwert

Gegeben ist die Funktion f:
$f(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 2$

Aufgabenstellung:

1. Berechne näherungsweise die von der Funktion f im Intervall [2; 5] festgelegte Fläche mit Hilfe einer Untersumme und danach mit einer Obersumme. Zerlege dazu das Intervall jeweils in neun gleich große Abschnitte.
2. Ermittle $\int_2^5 f(x)dx$.
3. Bestimme die Anzahl der Abschnitte, in die man das Intervall [2; 5] unterteilen muss, damit die Differenz aus Untersumme und Obersumme kleiner als 4 ist.

Lösungsansatz mit GeoGebra:

Verwende das Algebrafenster und die Grafikansicht:

1. In das Eingabefeld f(x)=0.5x^2–2x+2 eingeben.
2. Berechne die Obersumme mit dem Ausdruck OS=Obersumme(f,2,5,9).
3. Berechne die Untersumme mit dem Befehl US=Untersumme(f,2,5,9).
4. Für das Integral kannst du INT=Integral[f,2,5] verwenden.
5. Für die Berechnung der Differenz der Summen schreibe in das Eingabefeld DIFF=Obersumme(f,2,5,a)–Untersumme(f,2,5,a). Du wirst nun mit der Frage CREATE SLIDER aufgefordert, einen Schieberegler zu erstellen. Nun musst du nur noch den Schieberegler anpassen, bis der Wert bei DIFF kleiner als 4 ist. Du siehst, dass das Intervall in mindestens vier Abschnitte unterteilt werden muss.

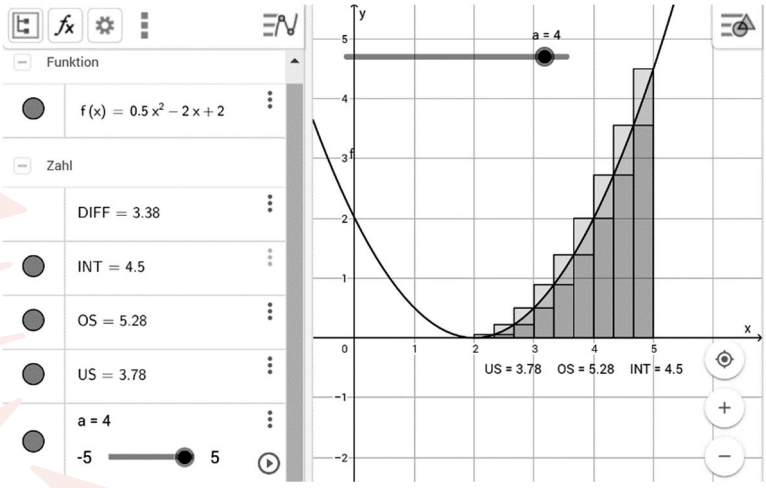
1. f(x)=0.5x^2–2x+2 eingeben.

5. DIFF=Obersumme(f,2,5,a)–Untersumme(f,2,5,a) eintragen.

4. INT=Integral[f,2,5] eingeben.

2. OS=Obersumme(f,2,5,9) eingeben.

3. US=Untersumme(f,2,5,9) eintragen.



Tipp: Klickt man auf die kleinen, blauen Kreise, so kann man INT, OS und US ein- und ausblenden.

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

190

Gegeben ist die Funktion f:
$f(x) = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{1}{9}$

Aufgabenstellung:
Berechne näherungsweise die von der Funktion f im Intervall [1; 5] festgelegte Fläche mit Hilfe einer Untersumme. Zerlege dazu das Intervall in acht gleich große Abschnitte.

191

Gegeben ist die Funktion f:
$f(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 2$

Aufgabenstellung:
Berechne näherungsweise die von der Funktion f im Intervall [1; 5] festgelegte Fläche mit Hilfe einer Obersumme. Zerlege dazu das Intervall in acht gleich große Abschnitte.
Ermittle danach $\int_1^5 f(x)dx$.

192

Gegeben ist die Funktion f:
$f(x) = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{9}x + \frac{1}{9}$

Aufgabenstellung:
Ergänze die Textlücken im folgenden Satz durch Ankreuzen der jeweils richtigen Satzteile so, dass eine korrekte Aussage entsteht!
Die von der Funktion im Intervall [1; 5] festgelegte Fläche (zerlege das Intervall in acht gleich große Abschnitte) kann näherungsweise mit ___①___ berechnet werden und ihr Wert beträgt rund ___②___.

①	
Untersumme(f, 1, 8, 5)	☐
Obersumme(f, 1, 5, 8)	☐
Integral(f, 1, 8)	☐

②	
2,83	☐
8,59	☐
13,72	☐

193

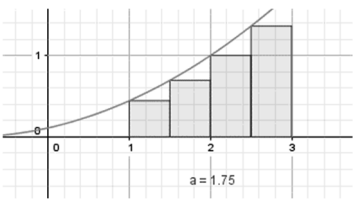
Gegeben ist die Funktion f:
$f(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 2$

Aufgabenstellung:
Ermittle die Anzahl der Abschnitte, in die man das Intervall [2; 5] unterteilen muss, damit die Differenz aus Untersumme und Obersumme kleiner als 1 ist. Gib den kleinstmöglichen Wert an!

194

Gegeben ist der Graph einer Funktion f.

Aufgabenstellung:
Gib den GeoGebrabefehl an, um die in der Abbildung dargestellte Fläche (vier Rechtecke) zu berechnen!



© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

WS 1.3 Statistische Kennzahlen (absolute und relative Häufigkeiten; arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz/Standardabweichung) im jeweiligen Kontext interpretieren können; die angeführten Kennzahlen für einfache Datensätze ermitteln können

Statistische Kennzahlen ermitteln und interpretieren

Im Turnunterricht wurden beim Schlagballwerfen folgende Weiten (in m) erzielt:
33, 31, 39, 31, 27, 31, 33, 36, 28, 23

Aufgabenstellung:
Ermittle folgende Kennzahlen: arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz/Standardabweichung.

Lösungsansatz mit GeoGebra:
Öffne die Tabellen- und die CAS-Ansicht.

1. Schreibe die gegebenen Werte in Spalte A und markiere sie mit der linken Maustaste.
2. Klicke mit der rechten Maustaste auf den markierten Bereich und wähle Erzeugen => Liste. Im Algebrafenster taucht eine Liste namens Liste1 auf.

Schreibe die folgenden Befehle im CAS:

3. Mittelwert(Liste1). Damit wird das arithmetische Mittel = 31,2 berechnet.
4. Median(Liste1). 31 ist hier der Median.
5. Modalwert(Liste1). Der häufigste Wert der Liste1 (Modus) ist 31.
6. Q1(Liste1). 28 ist das erste Quartil.
7. Q3(Liste1). 33 ist das dritte Quartil.
8. Max(Liste1)–Min(Liste1) ergibt die Spannweite mit 16.
9. Varianz(Liste1). Die Varianz beträgt 18,56.
10. Standardabweichung(Liste1). Die ermittelte Standardabweichung ist 4,31.

1	Mittelwert (Liste1)	≈ 31.2
2	Median (Liste1)	→ 31
3	Modalwert (Liste1)	→ {31}
4	Q1 (Liste1)	→ 28
5	Q3 (Liste1)	→ 33
6	Max (Liste1) – Min (Liste1)	→ 16
7	Varianz (Liste1)	≈ 18.56
8	Standardabweichung (Liste1)	≈ 4.31

	A
1	33
2	31
3	39
4	31
5	27
6	31
7	33
8	36
9	28
10	23
11	
12	
13	
14	
15	

Statistik

n	10
Mittelwert	31.2
σ	4.3081
s	4.5412
Σx	312
Σx²	9920
Min	23
Q1	28
Median	31
Q3	33
Max	39

Für die statistischen Kennzahlen hier klicken.

Alternativ kann man auch die zehn Werte markieren, auf Analyse einer Variablen und dann auf Analyse klicken. Wählt man nun Statistik anzeigen, sieht man ausgewählte statistische Kennzahlen, aber leider nicht alle. Es fehlen hier der Modus, die Spannweite und die Varianz. Die Standardabweichung hat die Abkürzung σ. s wird in der Schule seltener benötigt. Es ist dies die Standardabweichung der Stichprobe.

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

209

Von einer Person wurde die Anzahl der Twitternachrichten pro Monat gezählt:
18, 22, 28, 26, 21, 30, 24, 27, 33, 25, 22, 23

Aufgabenstellung:
Ermittle folgende Kennzahlen: arithmetisches Mittel, Median, Modus, Quartile, Spannweite, empirische Varianz/Standardabweichung.

210

Bei einem Geschichtetest gab es in einer Klasse mit 20 Schülern und Schülerinnen folgende Noten:
3, 2, 2, 3, 1, 2, 4, 3, 4, 1, 1, 1, 2, 5, 2, 2, 4, 3, 2, 1

Aufgabenstellung:
Kreuze die zutreffende(n) Aussage(n) an!

Der Modalwert der Liste ist 2.	☐
3 ist der Median der Liste.	☐
Die Standardabweichung ist kleiner als die Varianz.	☐
Der Mittelwert der Liste ist 2,3.	☐
Die Spannweite der Liste ist 4.	☐

211

Gegeben ist eine Liste von zehn Zahlen:
32, 28, 21, 25, 26, 22, 27, 32, 28, 31

Aufgabenstellung:
Ordne den gegebenen statistischen Kennzahlen jeweils den passenden Wert aus A bis E zu!

Arithmetisches Mittel	
Standardabweichung	
Spannweite	
Median	
Modus	

3,66	A
11	B
27,2	C
28 und 32	D
27,5	E

© Kompetent Aufsteigen, GeoGebra – Matura-Trainer, G&G Verlag

Kompetent AUFSTEIGEN Mathematik für die Unterstufe

3 Bände pro Klasse

- **Basisband**
- **Schularbeits-Trainer**
- **Neue Prüfungsformen üben**

helfen Schülerinnen und Schülern, ihr mathematisches Verständnis von der 1. bis zur 4. Klasse AHS/NMS zu verbessern und jede Klasse erfolgreich abzuschließen.

Basisband

€ 16,99 / ISBN 978-3-7074-1832-3
128 Seiten + Lösungsheft

€ 16,99 / ISBN 978-3-7074-1835-4
128 Seiten + Lösungsheft

€ 16,99 / ISBN 978-3-7074-1883-5
128 Seiten + Lösungsheft

€ 16,99 / ISBN 978-3-7074-1886-6
128 Seiten + Lösungsheft

Schularbeits-Trainer

€ 12,99 / ISBN 978-3-7074-1833-0
40 Seiten + Lösungsheft

€ 12,99 / ISBN 978-3-7074-1836-1
40 Seiten + Lösungsheft

€ 12,99 / ISBN 978-3-7074-1884-2
40 Seiten + Lösungsheft

€ 12,99 / ISBN 978-3-7074-1887-3
40 Seiten + Lösungsheft

Neue Prüfungsformen üben

€ 9,99 / ISBN 978-3-7074-1834-7
40 Seiten + Lösungsheft

€ 9,99 / ISBN 978-3-7074-1837-8
40 Seiten + Lösungsheft

€ 9,99 / ISBN 978-3-7074-1885-9
40 Seiten + Lösungsheft

€ 9,99 / ISBN 978-3-7074-1888-0
40 Seiten + Lösungsheft

€ 12,95 / ISBN 978-3-7074-2022-7
48 Seiten

Kompetent AUFSTEIGEN Mathematik Bildungsstandards

- überprüft das Basiswissen nach der 4. Klasse AHS/NMS.
- ist eine sinnvolle Vorbereitung für weiterführende Schulen und Oberstufe AHS.
- beinhaltet die angestrebten Kompetenzen und geforderten Inhalte für den erfolgreichen Abschluss der 8. Schulstufe.

Kompetent AUFSTEIGEN Mathematik für die Oberstufe

€ 18,00 / ISBN 978-3-7074-1424-0
132 Seiten + Lösungsheft

€ 18,00 / ISBN 978-3-7074-1589-6
176 Seiten + Lösungsheft

€ 18,- / ISBN 978-3-7074-2024-1
168 Seiten + Lösungsheft

€ 18,- / ISBN 978-3-7074-2115-6
160 Seiten + Lösungsheft

€ 16,99 / ISBN 978-3-7074-1981-8
144 Seiten + Lösungsheft

BLICK INS BUCH
www.ggverlag.at

Kompetent AUFSTEIGEN Mathematik 8 Matura-Trainer

In drei Schritten zum Erfolg:

Für die bestmögliche Vorbereitung auf die schriftliche Reifeprüfung in Mathematik ist es unbedingt notwendig, sich einer großen Aufgabensammlung bedienen zu können.

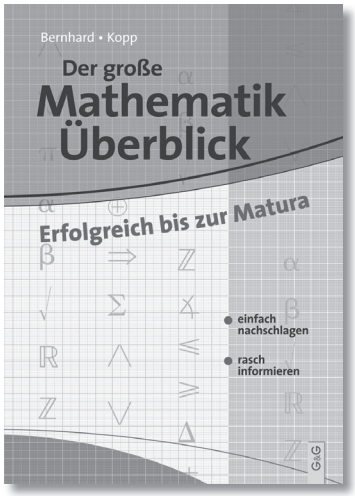
1. Der Band enthält im 1. Teil **Typ-1-Aufgaben, die sämtliche Grundkompetenzen abdecken.**
2. Im 2. Teil werden in zahlreichen **Typ-2-Aufgaben die Grundkompetenzen vernetzt.**
3. Der 3. Teil besteht aus einer **„Probematura".**

Mit beigelegtem durchgerechnetem Lösungsheft zur Selbstkontrolle.

Der große Mathematik-Überblick

Diese Lernhilfe ist eine übersichtliche und umfassende Stoff-, Aufgaben- und Formelsammlung für alle Schulformen und Schulstufen.

- Die komplette Schulmathematik in einem Band
- Mit jedem Schulbuch verwendbar
- Ideal für Studienanfänger und Studienanfängerinnen
- Ausführliches Stichwortregister
- Verzeichnis mathematischer Zeichen und Symbole



€ 35,- / ISBN 978-3-7074-0875-1
352 Seiten

BLICK INS BUCH
www.ggverlag.at

Kompetent AUFSTEIGEN

Mathematik Matura-Trainer 2018

- **Gezieltes Vorbereiten auf die Mathematik-Matura**
- **Verständliche Erklärungen, zahlreiche Beispiele, viele Übungen**
- **Mit jedem Schulbuch kombinierbar**

Christian Wurzer / Dagmar Wurzer
Kompetent Aufsteigen Mathematik 8
GeoGebra – Matura-Trainer
160 Seiten mit Lösungsheft
€ 22,99 / ISBN 978-3-7074-2138-5
Erscheinungstermin ab 28.2.2018

Schwerpunkte GeoGebra – Matura-Trainer

- **Für den verpflichtenden Technologieeinsatz bei der Zentralmatura**
- **Musterbeispiele mit GeoGebra erklärt, Übungen zu jeder Grundkompetenz**
- **Hinweise und Tipps im Umgang mit GeoGebra**

Ab dem Schuljahr 2017 / 2018
Verpflichtender Computereinsatz bei der Matura!

Schwerpunkte Mathematik Zentralmatura 2018

- **Üben für die Zentralmatura mit bereits erprobten und durchgeführten Originalbeispielen**
- **Genau erklärte Rechengänge**
- **Abwechslungsreich mit komplett durchgerechneten Lösungen**

Günther Wagner / Helga Wagner / Wolfgang Stritzl
Kompetent Aufsteigen Mathematik
Zentralmatura 2018
296 Seiten
€ 15,– / ISBN 978-3-7074-2155-2
bereits erschienen

Alle Bücher sind ab Februar 2018 im Buchhandel oder auf der Website www.ggverlag.at erhältlich.